Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră numărul complex $z=1+i$. Calculaţi $(z-1)^2$.

5p **2.** Arătaţi că $3(x_1+x_2)-4x_1x_2=3$, ştiind că x_1 şi x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2-5x+3=0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x-3\cdot 2^x+2=0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 13.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y=3x+4$ şi punctul $A(1,0)$. Determinați ecuația paralelei duse prin punctul A la dreapta d.

5p **6.** Calculaţi raza cercului circumscris triunghiului ABC, ştiind că $AB=12$ şi $C=\frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 0 & a & a+1\\ 2 & a+2 & a+3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Calculaţi $\det(A(a))$.

5p **b)** Determinați numărul natural n, știind că $2A(n^2)-A(n)=A(6)$.

5p **c)** Arătaţi că există o infinitate de matrice $X\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ care verifică relaţia $A(2015)\cdot X=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX-3$, unde m este număr real.

5p **a)** Pentru $m=2$, arătaţi că $f(1)=0$.

5p **b)** Determinaţi numărul real m, ştiind că polinomul f este divizibil cu $X+1$.

5p **c)** Arătați că, pentru orice număr real strict pozitiv m, polinomul f are două rădăcini de module egale.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+1}{e^x-x}$.

5p **a)** Calculaţi $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=0$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(-x)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$.

5p **a)** Calculaţi $\int_0^2 f^2(x)\,dx$.

5p **b)** Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este funcție crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n=\int_0^1 x^n f(x)\,dx$. Arătaţi că $nI_n=\sqrt{5}-4(n-1)I_{n-2}$ pentru orice număr natural n, $n\geq 3$.